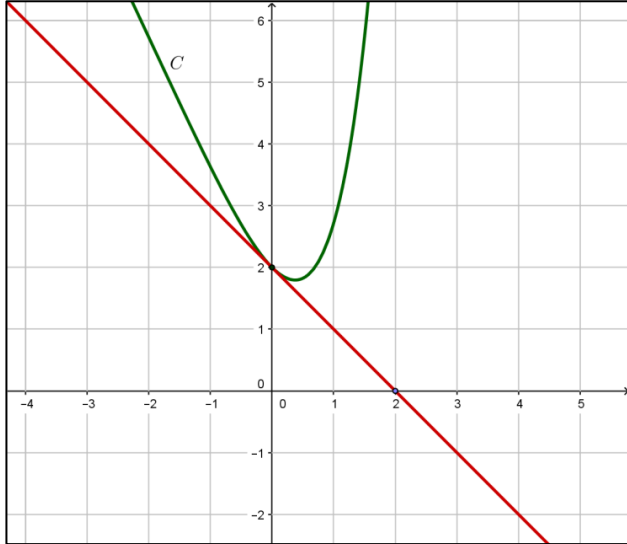


أولاً: أجب عن الأسئلة الأربعة الآتية: (40 لكل سؤال)

السؤال الأول: حلّ المتراجحة الآتية: $3^{x+1} + 2 \cdot 3^{-x} \leq 7$.

السؤال الثاني:



ليكن f التابع المعرّف على \mathbb{R} وفق

$f(x) = ax + b + x \cdot e^x$ ، خطه البياني المرسوم

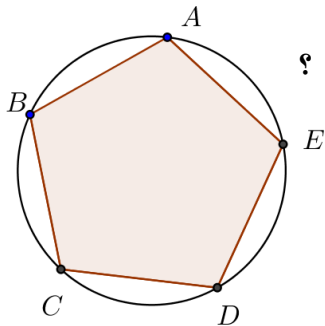
في الشكل المجاور حيث a و b ثابت حقيقيّة .

عينيّ a و b إذا علمت أنّ مماس الخط C في

النقطة $(0, 2)$ يقطع المحور $x'x$ في النقطة $(2, 0)$.

السؤال الثالث: أعط معادلةً للمستوي المحوري Q للقطعة المستقيمة $[BC]$ ، حيث $B(1, 0, -4)$ و $C(-1, 2, -2)$.

السؤال الرابع: لدينا خمس نقاط A و B و C و D و E هي رؤوس مخمس منتظم :



① نصل بين ثلاث نقاط منها . ما عدد المثلثات التي يمكن أن نحصل عليها ؟

معلّلة إجابتك.

② ما عدد أقطاره؟ وما عدد نقاط تقاطع هذه الأقطار ؟ معلّلة إجابتك.

(القطر هو القطعة المستقيمة الواصلة بين رأسين غير متجاورين)

ثانياً : حلّ التمارين الأربعة الآتية: (60 درجة لكل سؤال)

التمرين الأول: نرمز بالرمز $E(n)$ إلى الخاصة « $5^n \geq 4^n + 3^n$ » .

① ما أصغر عدد طبيعي n ، تكون $E(n)$ صحيحة عنده ؟.

② أثبتني بالتدرّج أنّ الخاصة $E(n)$ صحيحة ، أيّاً كان العدد الطبيعي n الذي يحقق الشرط $n \geq 2$.

التمرين الثاني: في مدرسة ، كانت نسبة النجاح في مادة الرياضيات 70% .

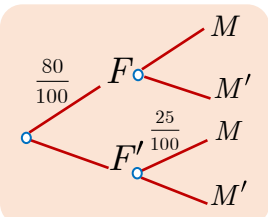
وكانت نسبة النجاح في مادة الفيزياء 80% ، ومن بين الراسبين في الفيزياء يوجد 25% ناجحين في الرياضيات.

نرمز الحدث M : « الطالب ناجح في الرياضيات » . الحدث F : « الطالب ناجح في الفيزياء » . والمطلوب:

① اخترنا عشوائياً أحد الناجحين في الفيزياء ، ما احتمال أن يكون ناجحاً في الرياضيات ؟.

② اخترنا عشوائياً أحد الناجحين في الرياضيات ، ما احتمال أن يكون ناجحاً في الفيزياء ؟.

③ اخترنا عشوائياً طالباً ، ما احتمال أن يكون ناجحاً في الرياضيات أو راسباً في الفيزياء ؟.



التمرين الثالث : $(u_n)_{n \geq 1}$ متتالية معرفة وفق $u_1 = \frac{1}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{n+1}{2n} u_n$ عند كل $n \geq 1$.

1 أثبتني بالتدريج على العدد n ، أن $u_n > 0$ مهما كان العدد الطبيعي $n \geq 1$. وبالاستفادة من النسبة $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

استنتجي أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ متناقصة ، ومن ثم استنتجي أنها متقاربة .

2 نعرّف المتتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ حيث $v_n = \frac{u_n}{n}$. أثبتني أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية عتيّي أساسها واستنتجي عبارة

v_n بدلالة n ، واحسبي $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n$ ، واستنتجي عبارة u_n بدلالة n ، واحسبي $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.



التمرين الرابع : يتطلّب فتح حقيبة، معرفة رمّاز (كود) مؤلّف من ثلاث خانات بين 0 و 9 .

أدخل شخص رمّازاً مؤلّفاً من ثلاث خانات. والمطلوب:

1 ما احتمال أن يكون هذا الرمّاز هو العدد السري الصحيح ؟ .

2 ما احتمال ألا يظهر الرقم ذاته في خانتين متجاورتين في الرمّاز المختار ؟ .

3 ليكن X المتحوّل العشوائي الذي يقرن بكل نتيجة للتجربة عدد مرّات ظهور الرقم 9 في الرمّاز المختار.

عتيّي مجموعة قيم X ، واكتبي قانونه الاحتمالي ، واحسبي توقعه الرياضي وتباينه.

ثالثاً: حلّي المسألتين الآتيتين: (100 درجة لكل مسألة)

المسألة الأولى : في الفضاء E المنسوب إلى معلم متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ لدينا النقاط $A(3,1,1)$ و $B(2,0,3)$ و $C(1,2,2)$.

1 اكتبني معادلة للمستوي \mathcal{P} الذي يمر بالنقاط A و B و C .

2 (a) بيّني أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

(b) بفرض النقطة $G(2,1,2)$ مركز الدائرة (γ) المارة برؤوس المثلث ABC . احسبي $\overline{GA} \cdot \overline{BC}$ ، واستنتجي أن

\overline{BC} شعاع توجيه للمستقيم (T) مماس الدائرة (γ) في A ، ثم أعط تمثيلاً وسيطياً للمستقيم (T) .

3 (a) احسبي مساحة المثلث ABC .

(b) لتكن النقطة $M(1,7,\alpha)$ ، عيني α في كلّ حالة يكون فيها حجم رباعي الوجوه $ABCM$ يساوي 3 .

المسألة الثانية : ليكن C الخط البياني للتابع f المعرف على \mathbb{R} وفق $f(x) = (1-x) \cdot e^x$.

1 ادرسي تغيرات f ونظّمي جدولاً بها ، ودلّي على قيمته الكبرى محلياً ، و استنتجي معادلة المقارب الأفقي لخطه C .

2 أثبتني أن مماسي الخط C في النقطتين اللتين فاصلتاها : -1 و 1 متعامدان .

3 ارسمي ما وجدتيه من مقاربات ثم ارسمي C .

4 أثبتني أن التابع $F : x \mapsto e^x(2-x)$ هو تابع أصلي للتابع f على \mathbb{R} .

.....انتهت الأسئلة.....